Lycée Khniss	Devoir de synthèse N°2	Prof : ************
A.S 2007-2008	Mathématiques durée 3h	4 éme Sc.Exp-2 Le 08/03/2008

Exercice N°1 :(4pts)

I) Cocher la bonne réponse.

1) ln (e² $\sqrt[5]{e}$) est égal a :

☐ 2/5 ☐ 5/2 ☐ 11/5 ☐ $2\sqrt{5}$

2) Soit f(x) = $\ln(e^{2x}+1)$, l'asymptote de (C_f) au voisinage de $+\infty$ est :

☐ D:y = ln2 ☐ D:y = 1 ☐ D:y = 2 x ☐ D:y= -2 x

II) Répondre par vrai ou faux.

1) Soit R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé direct de l'espace. On a alors :

a) $\vec{i}\wedge\vec{j}=-\vec{k}$ b) $\vec{k}\wedge\vec{i}=\vec{j}$

2) Soit A et B deux points distincts de l'espace.

a) L'ensemble des points M de l'espace tel que : $\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ est un plan.

b) L'ensemble des points M de l'espace tel que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB}=1$ est un plan.

Exercice N°2 :(3pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(1, 0, $\sqrt{2}$), B(-1, 0, $\sqrt{2}$) et C(0, -1, 0) et D(0, 1, 0)

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ et ($\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$). $\overrightarrow{AD}$.

b) Que peut-on dire des points A, B, C et D ?

2) a) Déterminer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre ABCD.

b) Déterminer la hauteur du tétraèdre ABCD issue du point D.

Exercice N°3 :(4pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(1, 1, 1), B(0, 1, -1) et C(-1, 0, 1) et le plan P : x – z +3 = 0.

1) a) Calculer $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ et en déduire que les points O, A et B déterminent un plan Q

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan Q est : 2x – y – z = 0.

2) a) Montrer que les plans P et Q sont sécants selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.

b) Calculer d(C, Δ)

3) a) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I(1,0,1) et de rayon 1

b) Montrer que S $\cap$ Q est un cercle dont on précisera le centre ω et le rayon r.

Exercice N°4 :(4pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j})$

Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = $\ln(1+e^{-x})$. On désigne par (Γ) la courbe de f dans le repère R.

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) a) Montrer que pour tout réel x ; f(x) = - x + $\ln(1+e^{x})$.

b) En déduire que la courbe (Γ) admet au voisinage de (- ∞) une asymptote Δ dont on précisera une équation cartésienne.

3) a) Vérifier que pour tout réel x ; f '(x) = $\dfrac{-1}{1+e^{x}}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4) On considère les points A, B et C de (Γ) d'abscisses respectives $x_A = 0$, $x_B = 1$ et $x_C = -1$ et soit T_0 la tangente à la courbe (Γ) au point A.

Montrer que la droite (BC) est parallèle à T_0.

5) Tracer Δ, T_0 et (Γ).

Exercice N°5 :(5pts)

I) Soit g la fonction définie sur IR par g(x) = $(1-x)e^{x}+1$

1) Etudier le sens de variation de g.

2) Montrer que l'équation g(x)= 0 admet une unique solution x_0 et que $x_0 \in [1.2, 1.3]$

3) Déterminer le signe de g(x).

II) Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = $\dfrac{x}{e^{x}+1}+2$

On désigne par (C) la courbe de f dans un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite D d'équation : y = x + 2 est asymptote de (C).

c) Etudier la position de (C) par rapport à D.

3) a) Montrer que f '(x) = $\dfrac{g(x)}{(e^{x}+1)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Tracer la courbe (C) ainsi que ses asymptotes.